

UNIVERSITE SIDI MOHAMED BEN ABDELLAH  
FACULTE DES SCIENCES DHAR EL MAHRAZ  
FES



**AVIS DE SOUTENANCE DE THESE**

Le Doyen de la Faculté des Sciences Dhar El Mahraz –Fès – annonce que

**Mr : OULD MOHAMED BABA MOHAMED AHMED**

Soutiendra : le **31/03/2018** à **10H** Lieu : **Centre de conférences**

**Une thèse intitulée :**

*Semi-Groupes  $\alpha$  fois intégrables et Distance du Spectre Décomposablelement Fredholm Holomorphe*

**En vue d'obtenir le Doctorat**

**FD : Mathématiques et Applications (MA)**

**Spécialité : Analyse Fonctionnelle et Théorie Spectrale**

**Devant le jury composé comme suit :**

|                           | <b>NOM ET PRENOM</b>              | <b>GRADE</b> | <b>ETABLISSEMENT</b>                                    |
|---------------------------|-----------------------------------|--------------|---|
| <b>Président</b>          | Pr. AMEZIANE HASSAN Rachid        | PES          | Faculté des Sciences Dhar El Mahraz - Fès               |
| <b>Directeur de thèse</b> | Pr. TAJMOUATI Abdelaziz           | PES          | Faculté des Sciences Dhar El Mahraz - Fès               |
| <b>Rapporteurs</b>        | Pr. BENDADOUD Mohammed            | PH           | Ecole Nationale Supérieure des Arts et Metiers - Meknès |
|                           | Pr. KABBAJ Samir                  | PES          | Faculté des Sciences - Kenitra                          |
|                           | Pr. MAHDOU Najib                  | PES          | Faculté des Sciences et Techniques- Fès                 |
| <b>Membres</b>            | Pr. ECH-CHRIF EL KETTANI Mustapha | PES          | Faculté des Sciences Dhar El Mahraz - Fès               |
|                           | Pr. BLALI Aziz                    | PES          | Ecole Normale Supérieure - Fès                          |
|                           | Pr. ZARIOUH Hassan                | PH           | CRMEF de l'oriental- Oujda                              |

## Résumé :

Dans cette thèse nous étudions les semi-groupes  $\alpha$  fois intégrables. Cette notion a été introduite par W. Arendt comme une généralisation des  $C_0$ -semi-groupes. Plusieurs études ont été faites sur les semi-groupes  $\alpha$  fois intégrables comme l'existence de la solution du problème de Cauchy et la généralisation du Théorème de Hille-Yosida. Inspiré de l'étude spectrale faite sur  $C_0$ -semi-groupes, nous nous intéressons aux différentes relations spectrales entre un semi-groupe  $\alpha$  fois intégrable et son générateur. En particulier, les spectres Fredholm, Drazin, ascende, descende, quasi-Fredholm et Browder. Ensuite, nous continuons l'étude des opérateurs décomposablement Fredholm holomorphes  $H\varphi(X)$ . On dit que  $T \in H\varphi(X)$  si  $0 \in \rho_{hF}(T)$  où  $\rho_{hF}(T) := \{\lambda \in \mathbb{C} : \text{tels qu'il existe un voisinage } U \text{ de } \lambda \text{ et une fonction analytique } F: U \rightarrow B(X) \text{ vérifiant } (T - \mu I)F(\mu)(T - \mu I) = T - \mu I \text{ et } F(\mu) \in \varphi(X) \text{ pour tout } \mu \in U\}$ . Plus précisément, nous calculons la distance entre 0 et le spectre  $\sigma_{hF}(T)$ . Puis, on caractérise les  $\varphi$ -multiplicateur à l'aide de la fonction de Helgason. Aussi, Nous discutons la fameuse équation  $AB = \lambda BA$ . Enfin, nous terminons cette thèse par la recherche des propriétés spectrales locales entre  $SA$  et  $AT$  tel que  $BSA = ATB$ .

## Mots clés :

$C_0$ -semi-groupe, semi-groupe  $\alpha$  fois intégrable, générateur, Fredholm, quasi-Fredholm, Drazin, ascende, descende, Browder, propriété d'extension unique (SVEP), propriété de Bishop ( $\beta$ ), opérateur décomposablement Fredholm holomorphe, Kato, Saphar,  $\varphi$ -multiplicateur, bi-normal et quasi-normal.

## $\alpha$ -times Integrated Semigroups and the Distance of Holomorphically Decomposable Fredholm spectrum

### Abstract :

In this thesis we study the  $\alpha$ -times integrated semigroups. This notion was introduced by W. Arendt as a generalization of  $C_0$ -semigroups. Several studies have been made on this class as the existence of the solution of the Cauchy problem and the generalization of Hille-Yosida's Theorem. Inspired by the spectral study done on  $C_0$ -semigroups, we are interested in the different spectra relations between an  $\alpha$ -times integrated semigroup and its generator. Particularity, the spectra Fredholm, Drazin, ascent, descent, quasi Fredholm and Browder. Later, we continue the development of holomorphically decomposable Fredholm . We say that  $T \in H\varphi(X)$  if  $0 \in \rho_{hF}(T)$  where  $\rho_{hF}(T) = \{\lambda \in \mathbb{C} : \text{such that there exists a neighborhood } U \text{ of } \lambda \text{ and an analytic function } F: U \rightarrow B(X) \text{ satisfying } (T - \mu I) F(\mu) (T - \mu I) = T - \mu I \text{ and } F(\mu) \in \varphi(X) \text{ for all } \mu \in U\}$ . More precisely, we calculate the distance between 0 and the spectrum  $\sigma_{hF}(T)$ . Also, we characterize the  $\varphi$ -multipliers using Helgason's function. Finally, we discuss the famous equation  $AB = \lambda BA$ . Also, we look for the local spectral properties between  $SA$  and  $AT$  such that  $BSA = ATB$ .

### Key Words :

$C_0$ -semigroup,  $\alpha$ -times integrated semigroup, generator, Fredholm, quasi-Fredholm, Drazin, ascent, descent, Browder, SVEP property, Bishop property  $\beta$ , operators holomorphically decomposable Fredholm, Kato, Saphar,  $\varphi$ -multiplier, bi-normal and quasi-normal.