

Résumé :

Dans cette thèse, nous étudions la théorie ergodique pour différentes classes d'opérateurs. De nombreux mathématiciens se sont intéressés par l'étude de cette théorie dans différentes classes d'opérateurs définis sur un espace de Banach ou de Fréchet. A savoir, un opérateur T dans $B(X)$, où $B(X)$ l'algèbre de Banach d'opérateurs linéaires bornés sur un espace de Banach X , est dit uniformément ergodique si la moyenne de Cesàro de T converge uniformément dans $B(X)$. Dans un premier temps, nous caractérisons les sous-espaces invariants Y de X , qui vérifient l'assertion suivante: Si la restriction d'un opérateur T sur Y est uniformément ergodique, alors T est aussi uniformément ergodique. Ensuite, nous allons continuer à développer cette théorie pour la classe des semi-groupes fortement continus (les C_0 semi-groupe). Plus précisément, nous étudions la convergence forte et uniforme de l'intégrale de Cesàro de $T(t)$, où $T(t)$ est un C_0 semi-groupe. Ainsi, nous montrons des théorèmes plus généraux que ceux de M. Lin et S. Y. Shaw. Puis, nous établissons une relation entre la convergence uniforme de l'intégrale Cesàro d'un C_0 semi-groupe $T(t)$ et la convergence uniforme de la moyenne de Cesàro d'un élément $T(t_0)$, pour un certain $t_0 > 0$.

En s'inspirant de l'étude de la théorie ergodique sur les C_0 semi-groupes, nous généralisons cette théorie sur les semi-groupes α -fois intégrables. Rappelons que la notion des semi-groupes α -fois intégrables a été introduite par W. Arendt comme une généralisation des C_0 semi-groupes. Nous montrons que les résultats obtenus pour cette classe sont assez différents de ceux obtenus pour les C_0 semi-groupes.

Mots clés :

Moyenne de Cesàro, l'intégrale de Cesàro, la suite d'Abel, opérateur uniformément ergodique, C_0 semi-groupe, semi-groupes α -fois intégrables, générateur

CONTRIBUTION TO THE THEORY OF ERGODIC OPERATORS

Abstract:

In this thesis, we study the ergodic theory for different classes of operators. Several mathematicians have been studying this theory in different classes of operators defined on a Banach or a Fréchet space. In particular, an operator T in $B(X)$, where $B(X)$ the Banach algebra of all bounded linear operators on a Banach space X , is called uniformly ergodic if the Cesàro means of T converges uniformly on $B(X)$. First of all, we characterize the invariant subspaces Y of X , which verify the following assertion: If the restriction of the operator T onto Y is uniformly ergodic, then T is also uniformly ergodic. Next, we will continue to develop this theory for the class of semigroups strongly continuous (the C_0 semigroups). More precisely, we study the strong and uniform convergence of the Cesàro integral of $T(t)$, where $T(t)$ is a C_0 semigroup. Also, we give the more general theorems than those of M. Lin and S. Y. Shaw. Next, we establish a relationship between the uniform convergence of the Cesàro integral of a C_0 semigroup $T(t)$ and the uniform convergence of Cesàro means of an element $T(t_0)$, for some $t_0 > 0$.

Inspired by the study of ergodic theory on C_0 semigroups, we generalize this theory for the α -times integrated semigroups. Recall that, the notion of α -times integrated semigroup was introduced by W. Arendt as a generalization of C_0 -semigroups. We show that the results obtained for this class are completely different from those obtained for C_0 semigroups.

Key Words: Cesàro means, Cesàro integral, Abel averages, uniformly ergodic operator, C_0 semigroup, generator, α -times integrated semigroup.