

Résumé :

Cette thèse est consacrée à l'étude des problèmes d'optimisation multiobjective à deux niveaux. En particulier, nous nous intéressons aux conditions nécessaires et suffisantes d'optimalité pour les minimums de Pareto (solution efficace). D'un coté, l'optimisation multi-objectifs est une partie intégrante de la programmation mathématique traitant la minimisation de certaines fonctions objectives contradictoires sur un ensemble réalisable. Les problèmes d'optimisation multi-objectifs apparaissent dans de nombreux domaines s'apparentant à l'économie, à la gestion, à la planification des ressources, à la médecine, etc. D'un autre coté, l'optimisation à deux niveaux fait partie de l'optimisation hiérarchique où le décideur principal présuppose une certaine coopération du décideur secondaire : toute solution acceptable en termes d'optimalité de ce dernier devrait appartenir à l'ensemble des solutions admissibles du décideur principal.

Dans le chapitre 3, nous formulons les conditions nécessaires d'optimalité d'un problème à deux niveaux en utilisant un théorème de séparation exacte récemment introduit par Zheng, Yang et Zou. Ce dernier permet la séparation entre ensembles non forcément convexes et ayant des intersections vide. Dans le chapitre 4, nous donnons les conditions suffisantes d'optimalité d'un problème semi-vectoriel (la fonction objectif du meneur est vectorielle, celle du suiveur est scalaire) à deux niveaux ayant pour objectifs et contraintes des fonctions localement Lipschitziennes. Après avoir introduit le problème dual de type Mond-Weir, nous proposons quelques résultats de dualité. Dans le chapitre 5, nous étudions un problème semi-vectoriels (la fonction objectif du meneur est scalaire, celle du suiveur est vectorielle) dont le suiveur est convexe. En utilisant une pénalité exacte, nous transformons ce dernier en un problème d'optimisation à un seul niveau, puis obtenons les conditions nécessaires d'optimalité en termes de sous différentiels de Clarke. Dans le chapitre 6, nous analysons un problème semi-vectoriels (la fonction objectif du meneur est scalaire, celle du suiveur est vectorielle) ayant pour objectifs et contraintes des fonctions strictement différentiables. Les conditions nécessaires d'optimalité sont obtenues en utilisant des techniques issues de l'analyse variationnelle. Dans le chapitre 7, nous considérons un problème multiobjectif fractionnaire dont les contraintes et/ou les objectifs sont données par des multi-applications \mathbb{R}^+ -convexes. En utilisant le principe de séparation de l'analyse convexe ainsi que les sous-différentiels faibles et forts des multi-applications cone-convexe, nous établissons les conditions nécessaires d'optimalité. Les résultats obtenus sont formulé à l'aide du sous différentiel de l'analyse convexe et des épi-dérivées contingentes.

Mots clés :

Optimization multiobjective, optimization à deux niveaux, contrainte de qualification, conditions d'optimalité, Dualité

CONTRIBUTIONS TO BILEVEL MULTIOBJECTIVE OPTIMIZATION

Abstract :

This thesis is dedicated to the study of multiobjective bilevel optimization problems. In particular, we are interested in necessary and sufficient optimality conditions for Pareto optimal solutions. On the one hand, multi-objective optimization is a part of mathematical programming dealing with the minimization of some conflicting objective functions over a feasible set. Multi-objective optimization problems occur in many fields including economics, management, resource planning, medicine, etc. On the other hand, bilevel optimization is a part of hierarchical optimization where the leader presupposes a certain cooperation from the follower: any acceptable optimal solution of the latter should belong to the set of admissible solutions of the leader.

In chapter 3, using an exact separation theorem recently introduced by Zheng, Yang et Zou, we give necessary optimality conditions for a simple bilevel optimization problem. Notice that new separation theorem can be applied with non convex sets that have an empty intersection. In chapter 4, we give sufficient optimality conditions of a semi-vectorial bilevel problem (the objective function of the leader is vectorial, that of the follower is scalar) with locally Lipschitz objectives and constraints. A Mond-Weir dual problem is introduced; then duality results are proposed. In chapter 5, we study a semi-vectorial problem (the objective function of the leader is scalar, that of the follower is vector) with a convex lower problem. Using an exact penalty, we transform the latter into a one-level optimization problem, then obtain the necessary optimality conditions in terms of Clarke's subdifferential. In chapter 6, we analyze a semi-vectorial problem (the objective function of the leader is scalar, that of the follower is vector) where the objectives and/or the constraints are strictly differentiable functions. The necessary optimality conditions are obtained using techniques from variational analysis. In chapter 7, we consider a fractional multiobjective problem where the constraints and/or the objectives are \mathbb{R}^+ -convex set-valued mappings. Using the convex analysis separation theorem together with the weak and strong sub-differentials of the cone-convex set-valued mappings, we establish the necessary conditions of optimality. The obtained results are formulated using subdifferentials of convex analysis and contingent epi-derivatives.

Key Words :

Multiobjective optimization, bilevel optimization, constraint qualification, optimality conditions, Duality.