

Résumé :

Dans ce travail, nous étendons certains résultats de la théorie des familles cosinus à des classes d'espaces localement convexes.

Nous introduisons la notion de famille cosinus fortement continue dans les espaces localement convexes séparés et séquentiellement complets et nous étudions de telles familles sous la condition de l'équicontinuité locale, nous établissons une généralisation du théorème de l'unicité de l'engendrement et nous donnons une classe d'espaces localement convexes sur laquelle l'équicontinuité locale est vérifiée pour toute famille cosinus fortement continue.

Ainsi, nous introduisons la notion de famille C_0 -cosinus dans les espaces localement convexes séparés et nous montrons que toute famille C_0 -cosinus localement équicontinue est fortement continue.

Nous étendons ensuite un théorème de M. Sova à la classe Quojection d'espaces de Fréchet, où il s'agit de montrer que le générateur infinitésimal A de toute famille cosinus uniformément continue $\{C(t)\}_{t \geq 0}$ est défini sur l'espace tout entier, et que cette dernière s'écrit sous la forme: $C(t) = \sum_0^{\infty} \frac{t^{2k}}{(2k!)} A^k$, $t \geq 0$. Ceci nous permet de donner la réponse de la question de J. A. Conejero dans le cas des familles cosinus.

Nous présentons une condition nécessaire et suffisante pour qu'un opérateur linéaire continu soit le générateur infinitésimal d'une famille cosinus fortement continue sur un espace Fréchet-Quojection.

Enfin, nous prouvons que sur la classe GDP-Quojection d'espaces de Fréchet, toute famille C_0 -cosinus exponentiellement équicontinue est uniformément continue.

Mots clés :

Familles cosinus, équicontinuité, local, exponentielle, localement convexe, tonnelé, Fréchet, quojection, préquojection, Grothendieck, Dunford-Pettis.

COSINE FAMILIES ON LOCALLY CONVEX SPACES

Abstract :

In this work, we extend some results of the theory of cosine families to classes of locally convex spaces.

We introduce the notion of strongly continuous cosine family on sequentially complete locally convex Hausdorff spaces and we study such families under the condition of local equicontinuity, we establish a generalization of the theorem of uniqueness of generation and we give a class of locally convex spaces on which the local equicontinuity is verified for every strongly continuous cosine family. Also, we introduce the notion of C_0 -cosine family on locally convex Hausdorff spaces and we show that every locally equicontinuous C_0 -cosine family is strongly continuous.

We extend a theorem of M. Sova to the class of Quojection Fréchet spaces, where it is shown that the infinitesimal generator A of all uniformly continuous cosine family $\{C(t)\}_{t \geq 0}$ is everywhere defined, and that the family is written in the form : $C(t) = \sum_0^{\infty} \frac{t^{2k}}{(2k!)} A^k$, $t \geq 0$. This allows us to give the answer to the question of J. A. Conejero in the case of cosine families.

We present a necessary and sufficient condition for a continuous linear operator to be the infinitesimal generator of a strongly continuous cosine family in a Fréchet-Quojection space.

Finally, we prove that in the class of GDP-Quojection Fréchet spaces, every exponentially equicontinuous C_0 -cosine family is uniformly continuous.

Key Words

Cosine Families, equicontinuity, local, exponential, locally convex, barrelled, Fréchet, quojection, préquojection, Grothendieck, Dunford-Pettis.