



## Résumé :

Ce travail traite des systèmes non linéaires elliptiques et paraboliques d'équations aux dérivées partielles dont la partie principale qui s'écrit sous forme d'une divergence. Dans les deux parties, on s'intéresse à l'existence d'une solution faible de certains systèmes elliptiques et paraboliques de types suivants:

$$(QES)(f, g) - \operatorname{div}(\sigma)(x; u(x); Du(x)) = v(x) + f(x, u, Du) + \operatorname{div}(g)(x, u) \text{ dans } \Omega \text{ et } u = 0 \text{ sur } \operatorname{Fr}(\Omega)$$

$$(QES)(\mu) - \operatorname{div}(\sigma)(x; u(x); Du(x)) = \mu \text{ dans } \Omega \text{ et } u = 0 \text{ sur } \operatorname{Fr}(\Omega)$$

$$(QPS)(w) \cup_{\{t\}} - \operatorname{div}(\sigma)(x, t, u, Du) = v(x, t) + f(x, t, u, Du) + \operatorname{div}(g)(x, t, u) \text{ dans } \Omega_T$$

$$u(x, t) = 0 \text{ sur } \operatorname{Fr} \Omega \times (0; T) \text{ et } u(x, 0) = u_0(x) \text{ sur } \Omega$$

où  $f$  et  $g$  sont des fonctions vérifiant quelques conditions de la continuité et de la croissance,  $v$  est supposée dans le dual  $W^{-1, p'}(\Omega, w^*)$  (respectivement  $L^p(0, T; W^{-1, p'}(\Omega, w^*))$ ) dans  $(QES)(f, g)$

(respectivement  $(QPS)(w)$  où  $\mu$  une mesure de Radon. Dans ce travail l'application  $\sigma$  vérifie des conditions, de la régularité, de croissance et de coercivité. Cependant les hypothèses de monotonie sur  $\sigma$  sont ici plus faibles. Ainsi,  $\sigma$  ne doit pas être obligatoirement monotone dans ses dernières variables ou encore satisfaire la condition de la stricte monotonie de Leray-Lions. L'approche principale qu'on utilise pour prouver l'existence d'une solution faible  $u$  de  $(QES)(f, g)$  et de  $(QPS)(w)$  est basée sur les conséquences de théorème de Ball concernant la mesure de Young: A partir d'un schéma de Galerkin, on construit une suite d'approximations  $u_k$  dont  $\|u_k\|$  est contrôlée; ce qui nous permet le passage à la limite.

## Mots clés :

Systèmes non linéaires elliptiques, mesures de Young, schéma de Galerkin, Systèmes quasi- linéaires paraboliques, inégalité div-curl, espace de Sobolev avec poids.

## ON SOME ELLIPTICAL AND PARABOLIC QUASI-LINEAR SYSTEMS

### Abstract :

This work deals with elliptical and parabolic nonlinear systems of partial lying equations the main part, which is written in the form of a divergence. In both parts, there is an interest in the existence of a weak solution for some elliptical and parabolic systems of the following types:

$$(QES)(f, g) : -\operatorname{div}(\sigma)(x; u(x); Du(x)) = v(x) + f(x, u, Du) + \operatorname{div}(g)(x, u) \text{ in } \Omega \text{ and } u = 0 \text{ on } \operatorname{Fr}(\Omega)$$

$$(QES)(\mu) : -\operatorname{div}(\sigma)(x, u(x), Du(x)) = \mu \text{ in } \Omega \text{ and } u = 0 \text{ on } \operatorname{Fr}(\Omega)$$

$$(QPS)(w) : \cup_{\{t\}} - \operatorname{div}(\sigma)(x, t, u, Du) = v(x, t) + f(x, t, u, Du) + \operatorname{div}(g)(x, t, u) \text{ In } \Omega_T$$

$$u(x, t) = 0 \text{ on } \operatorname{Fr}(\Omega) \times (0; T) \text{ and } u(x, 0) = u_0(x) \text{ in } \Omega$$

where  $f$  and  $g$  functions check some conditions of continuity and growth,  $v$  is assumed in the dual  $W^{-1, p'}(\Omega, w^*)$  (resp  $L^p(0, T; W^{-1, p'}(\Omega, w^*))$ ) in  $(QES)(f, g)$  (resp  $(QPS)(w)$ ) and  $\mu$  is a measure of Radon. In this work the application of the application of the  $\sigma$  verifies conditions, regularity, growth and coercivity. However, the monotony assumptions on  $\sigma$  are weaker here. Thus,  $\sigma$  must not be monotonous in its last variables or satisfy the condition of the strict monotony of Leray-Lions. The main approach used to prove the existence of a low solution  $u$  of  $(QES)(f;g)$  and  $(QPS)(w)$  is based on the consequences of Ball's theorem regarding Young's measurement: From a Galerkin diagram, a Galerkin diagram is constructed following approximations  $u_k$  of which  $\|u_k\|$  is controlled; which allows us to move to the limit.

### Key Words :

Nonlinear elliptic systems, Young measure, Galerkin scheme, quasi-linear parabolic systems, inequality div-curl, Sobolev spaces with weight.