



## AVIS DE SOUTENANCE DE THESE

Le Doyen de la Faculté des Sciences Dhar El Mahraz –Fès – annonce que

Mr : **BOUMAZOUGH Athmane**

Soutiendra : le 26/12/2020 à 10h

Lieu : Salle de Géologie

une thèse intitulée :

*Study of Some Nonlinear Elliptic Systems in Integer and Fractional Modular Spaces*

En vue d'obtenir le **Doctorat**

FD : Mathématiques et Applications (MA)  
Spécialité: Equations aux dérivées partielles (EDP)

Devant le jury composé comme suit :

	NOM ET PRENOM	GRADE	ETABLISSEMENT
<b>Président</b>	Pr. TOUZANI Abdelfattah	PES	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz - Fès
<b>Directeur de thèse</b>	Pr. AZROUL Elhoussine	PES	Faculté des Sciences Dhar ElMahraz - Fès
<b>Rapporteurs</b>	Pr. AKDIM Youssef	PES	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz - Fès
	Pr. BELGACEM Fethi Bin Muhammad	PES	Faculty of Basic Education ,PAAET,Al Ardhiya - Kuwait
	Pr. CHUNG Thanh Nguyen	PES	Quang Binh University, Dong Hoi Quang Binh -Veitnam
<b>Membres</b>	Pr. BENNOUNA Jaouad	PES	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz - Fès
	Pr. BENAYACHE Allami	PES	Faculté des Sciences - Kénitra
	Pr. HAMMOUCH Zakia	PES	Faculté des Sciences et Techniques - Errachidia
<b>Invité</b>	Pr. BENKIRANE Abdelmoujib	PES	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz - Fès

## Résumé :

Cette thèse couvre trois axes principaux:

Le premier vise sur l'étude des systèmes elliptiques non linéaires locaux, le second concerne certaines des classes de systèmes fractionnaires, tandis que le troisième se concentre sur des systèmes fractionnaires dans des espaces généralisés. Nous commençons par étudier l'existence de solutions pour un système elliptique non linéaire impliquant les opérateurs  $(p(\cdot), q(\cdot))$ -laplaciens avec poids. L'approche est basée sur la méthode des sous-supersolutions combinée au théorème du point fixe de Schauder. En tant qu'application, nous donnons les résultats pour dans le cas des poids particuliers  $w(x) = |x|^{ap(\cdot)}$  et  $w(x) = |x|^{aq(\cdot)}$ .

Ensuite, en utilisant le théorème des trois points critiques, nous nous occupons de l'étude d'une classe de systèmes de type Kirchhoff gouvernée par des opérateurs d'ordre fractionnaire. Dans un premier temps, nous établissons l'existence de trois solutions pour un système elliptique fractionnaire de type  $p$ -Kirchhoff. Ensuite, nous généralisons le résultat pour introduire des opérateurs généraux et couvrir les domaines non bornés. Dans le cadre des espaces de Sobolev fractionnaires à exposants variables, nous étudions l'existence et la multiplicité de solutions pour un système non linéaire elliptique de  $(p(x,\cdot), q(x,\cdot))$ -laplaciens opérateurs avec des conditions de croissance non standard. Notre outil principal est basé sur le théorème de col de la montagne.

Enfin, nous donnerons quatre résultats d'existence dans lesquels nous généralisons certains des résultats ci-dessus au cas  $\mathbb{R}^N$ . Nos outils principaux proviennent de la méthode variationnelle directe, le théorème de col de la montagne, son symétrique, et le théorème de Fountain en théorie des points critiques. Les résultats obtenus contribuent significativement à l'étude des systèmes de type Kirchhoff dans le sens que notre situation couvre non seulement les opérateurs différentiels d'ordre fractionnaire mais aussi les opérateurs différentiels non homogènes dans les espaces de Sobolev à exposants variables.

## Mots clés :

Systèmes non linéaires elliptiques, Espaces de Sobolev fractionnaires, Espaces modulaires, Méthodes Sous- Sur solutions, Méthodes variationnelles, Théorème de trois points critiques.

**Abstract :**

This thesis covers three main axes:

The first one seeks to the study of local nonlinear elliptic systems, the second concerns some classes of fractional systems, while the third focus on fractional systems in generalized spaces. We start by studying the existence of solutions for a nonlinear elliptic system involving the  $(p(\cdot), q(\cdot))$ -Laplacian operators with weight. The approach is based on subsupersolutions method combined with Schauder fixed point theorem. As an application, we give the results for a special weight functions.

Next, using the three critical points theorem, we deal with study of a class of Kirchhoff type systems driven by fractional order operators. At first, we establish the existence of three solutions for a fractional elliptic system of  $p$ -Kirchhoff type. Also, we generalize the result to the fractional Sobolev spaces with variable exponents.

In the same framework of fractional Sobolev spaces with variable exponents, we investigate the existence and multiplicity of solutions for a quasilinear elliptic system of  $(p(x, \cdot), q(x, \cdot))$ -Laplacian operators with nonstandard growth conditions. Our main tool is based on Mountain Pass theorem.

Finally, we set four results of existence in which we generalize some of the above results to  $\mathbb{R}^N$ : Our main tools come from a direct variational methods, the Mountain Pass theorem, the symmetric Mountain Pass theorem and the Fountain theorem in critical point theory. The obtained results significantly contribute the study of Kirchhoff type systems in the sense that our situation covers not only differential operators of fractional order but also nonhomogeneous differential operators in Sobolev spaces with variable exponents.

**Key Words :**

Nonlinear elliptic systems, Fractional Sobolev spaces, Modular spaces, Sub-Supersolutions method, Variational methods, Three critical points theorem