جامعة سيدي محمد بن عبد الله بفاس
UNIVERSITE SIDI MOHAMED BEN ABDALLAH DE FES
كلية العلوم ظهر المهراز فاس
FACULTE DES SCIENCES DHAR EL MEHRAZ FES

CENTRE D'ETUDES doctorales
«SCIENCES et TECHNOLOGIES

AVIS DE SOUTENANCE DE THESE

Le Doyen de la Faculté des Sciences Dhar El Mahraz –Fès – annonce que

Mr **: BOUKHRIJ Mohamed**

Soutiendra **: le 31/12/2020** à **15h30** Lieu **: Centre Visio Conférence**

une thèse intitulée :
On some class of degenerated elliptic problems in p(x) and anisotropic Sobolev space

En vue d'obtenir le Doctorat

FD : Mathématiques et Applications (MA)
Spécialité: Equations aux dérivées partielles (EDP)

Devant le jury composé comme suit :

	NOM ET PRENOM	GRADE	ETABLISSEMENT
Président	Pr. TOUZANI Abdelfattah	PES	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz - Fès
Directeur de thèse	Pr. BENNOUNA Jaouad	PES	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz - Fès
Rapporteurs	Pr. EL ALLALI Zakaria	PES	Faculté Polydisciplinaire -Nador
	Pr. BOUAJAJA Abdelkader	PH	Faculté des Sciences Juridiques, Economiques et Sociales - Settat
	Pr .YOUSSFI Ahmed	PES	Ecole Nationale des Sciences Appliquées - Fès
Membres	Pr. MEKKOUR Mounir	PH	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz - Fès
	Pr. ABERQI Ahmed	PH	Ecole Nationale des Sciences Appliquées - Fès

Résumé :

L'objectif de ce travail est l'étude de divers problèmes d'équations aux dérivées partielles non linéaires de type elliptique dans les espaces de Lebesgue anisotropiques, et les espaces de Sobolev à exposants variables, faisant intervenir des opérateurs du type LerayLions avec des données peu régulière Cette thèse, est composée de deux parties chaque partie contient trois chapitres :

Premièr partie :

chapitre I : ce chapitre est totalement consacré à définir le côté fonctionnel des espaces anisotropique, où les différentes dérivées partielles faibles de la solution u sont intégrables avec différents exposants, collectées dans le vecteur $p = (p_1,\ldots,p_N)$ tel que $1<p_i<\infty$, 1…N.
Chapitre II : dans ce chapitre nous avons montré l'existence des solutions faibles du problème anisotrope suivant :

$$-\partial_{xi} ai(x,u,Du)+\sum_{i=1}^{N} H(x,u,Du)=f-\partial_{xi} g_i \quad \text{dans } \Omega$$
$$u=0 \text{ sur } \partial\Omega,$$

où Ω est un sous ensemble ouvert borné de RN, ($N \geq 2$), pour i =1,...,N,
ai (x,u,Du) est une fonction Carathéodory avec ellipticité dégénérée et croissance par rapport à u , et le terme d'ordre inférieur Hi est une fonction carathéodory qui ne satisfait qu'une condition de croissance par rapport au gradient Du
Chapitre III : Notre objectif dans ce chapitre est de prouver l'existence et l'unicité de solutions entropie pour le problème unilatéral associé à l'équation elliptique anisotrope quasi-linéaire suivant

$$\sum_{i=1}^{N} D^i a_i(x,u,Du)+g(x,u)=f \text{ dans } \Omega$$
$$u=0 \text{ sur } \partial\Omega,$$

où f dans $L^1(\Omega)$, les fonctions Carathéodory a_i (x, u, Du) vérifient une condition de coercivité non standard, et le terme d'ordre inférieur g (x , u) est une fonction carathéodory satisfaisant seulement une condition de croissance.
La deuxième partie : On commence cette partie par un chapitre contenant un rappel sur le cadre fonctionnel des espaces de Sobolev à exposant variable, on termine ce chapitre par quelques propriétés de réarrangement relative
Chapitre V: dans ce chapitre nous avons etudié le problème elliptique dégénéré non linéaire suivant :

$$-\text{div } a(x,u,Du)=f \text{ dans } \Omega$$
$$U=0 \text{ sur } \partial\Omega$$

où - est un sous-ensemble ouvert borné de R^N ($N \geq 2$). De plus, nous supposons que **a** est une fonction vectorielle de Carathéodory satisfaisant une condition de coercivité dégénéré. Le premier résultat dans ce chapitre sert à montrer en utilisons la notion de réarrangement l'estimation L^1 et l'existence des solutions faible, et le deuxième résultat sera consacré à l'étude de la solution renormalisée
Chapitre VI : Notre objectif dans ce chapitre est d'étudier dans le cadre des espaces de Sobolev à exposant variable, la classe des problèmes elliptiques dégénéré non linéaire avec des coefficients en $L^1(\Omega)$ de la forme :

$$-\text{div } a(x,u,Du)=f \text{ dans } \Omega$$

Nous prouvons l'existence des solutions faibles et entropiques sous quelques hypothèses sur a. Nous étudions également le même problème avec un terme d'ordre inférieur H(x,u ,Du) qui satisfie selement la condition de croissance

Mots clés :

Problèmes Elliptique, Espace de Sobolev, Solutions Renormalisées, Solutions Entropique, problèmes Unilateral, problèmes noncoèrcive, Estimation $\mathbf{L}^{\infty}$**,** Méthode de Réarrangement.

On some class of degenerated elliptic problems in p(x) and anisotropic Sobolev space

Abstract :
This work focuses on the results of existence on sometimes uniqueness for some class of degenerated elliptic problems in p (x) and Anisotropic Spaces. The thesis is divided into two parts :
Fist part, we give some preliminary about the anisotropic spaces in the first chapter , and then in the second chapter we study the following nonlinear anisotropic degenerate elliptic problem : $-\partial_{xi}ai(x,u,Du)+\sum^{N}_{i=1}H(x,u,Du)=f-\partial_{xi}g_i$ in Ω

$$u=0 \text{ on } \partial\Omega,$$

where for i = 1,...,N, a_i (x , u, Du) is allowed to degenerate with respect to the unknown u, and H_i (x , u, Du) is a nonlinear term without a sign condition. Under suitable conditions on ai and Hi, we prove the existence of weak solutions.
In the last chapter of this part we are also interested in the unilateral problem associated to some quasilinear elliptic equation of the form

$$\sum^{N}_{i=1}D^i a_i(x,u,Du)+g(x,u)=f \text{ dans } \Omega$$
$$u=0 \text{ sur } \partial\Omega,$$

where Ω is a bounded open domain in R^N ($N \geq 2$) with boundary $\partial\Omega$, and g (x , s) verify the growth condition, where the data f is assumed to be in $L^1(\Omega)$, we prove existence of entropy solutions for this problem. Moreover, the uniqueness solution was proved under some additional assumptions.
Second part, we start this part with a chapter containing a preliminary on the functional framework of Sobolev spaces with a variable exponent and some rearrangement property.
In the second chapter we study the existence of solutions for the nonlinear degenerate elliptic problem with $L^1(\Omega)$ coefficients

$$-\text{div } a(x,u,Du)=f \text{ dans } \Omega$$
$$U=0 \text{ sur } \partial\Omega$$

where a(x , u, Du) is allowed to be degenerate with the unknown u, and the data f are assumed to be in $L^m(\Omega)$, $m \geq 1$.
We end this part with a chapter that would be dedicated to the study a class of nonlinear degenerate elliptic problem with coefficients in $L^1(\Omega)$ of the form -div a(x , u, Du) =f , where a(x , u, Du) is allowed to be degenerate with the unknown u. We prove the existence of weak and entropy solutions under some hypothesis on f. We also study the same problem with a lower order term.

Key Words :
Elliptic problems, Sobolev space, Renormalized Solutions, Entropy solutions, Unilateral problem, noncoercive problems, L^∞ estimate, Rearrangement method