# AVIS DE SOUTENANCE DE THESE

Le Doyen de la Faculté des Sciences Dhar El Mahraz -Fès - annonce que

Mr **: Ben Yakkou Hamid**

Soutiendra **: le 11/03/2022** à **10h**

Lieu **: Centre de Visioconférence**

**Une thèse intitulée** :

**On power integral basis and monogenity of number fields**

**En vue d'obtenir le Doctorat**

**FD** : Mathématiques et Applications (MA)
**Spécialité** : Algèbre

**Devant le jury composé comme suit :**

| | Nom et prénom | Grade | Etablissement |
|---|---|---|---|
| **Président** | Najib MAHDOU | PES | Faculté des sciences et techniques - Fés. |
| **Directeur de thèse** | Lhoussain El FADIL | PES | Faculté des Sciences Dhar El Mahraz - Fès |
| **Rapporteurs** | István GAÁL | PES | Institue de mathématiques, université de Debrecen, Debrecen - Hongrie |
| | Abdelkader ZEKHNINI | PES | Faculté des sciences - Oujda |
| | Hakima MOUANIS | PES | Faculté des Sciences Dhar El Mahraz - Fès |
| **Membres** | Abdelhakim CHILLALI | PES | Faculté polydisciplinaire - Taza |
| | El Mostafa KALMOUN | PES | Université Al Akhawayn, École des sciences et d'ingénierie - Ifrane |
| | Ali MOUHIB | PES | Faculté polydisciplinaire - Taza |
| **Invités** | Hanane CHOULI | PES | Faculté des Sciences Dhar El Mahraz - Fès |

**Résumé :**

Cette thèse est consacrée à l'étude de la monogénéité des corps de nombres. Plus précisément, étant donné $K = \mathbb{Q}(\alpha)$ un corps de nombres et soit $\mathbb{Z}_K$ l'anneau des entiers de $K$, on cherche à répondre sur la question suivante : est ce que $K$ est monogène ou non? En d'autre termes, existe-il un $\eta \in \mathbb{Z}_K$ tel que $\mathbb{Z}_K = \mathbb{Z}[\eta]$? Et lorsque la réponse est affirmative, alors déterminer une base entière de puissances de $K$. Nous nous intéressons aux certaines classes des corps de nombres pures $\mathbb{Q}(\sqrt[n]{m})$, à savoir $n = 3^r,\ p^r,\ 2^r.5^k,\ 3^r.5^k$, ou $r$ et $k$ sont deus entiers naturels, $m$ est un entier sans facteur carrée, et $p$ un nombre premier. Nous avons donné des conditions nécessaires et suffisantes pour que $\mathbb{Z}[\sqrt[n]{m}]$ soit intégralement clos et nous avons montré l'existence de certaines classes de ces corps qui ne sont pas monogènes. De plus, nous avons construit des classes de polynômes irréductibles dont leurs racines définissent des corps de nombres pures qui sont monogènes. Aussi, nous avons étudié la monogénéité de certains corps de nombres définis par des trinômes de la forme $x^n + ax + b$. Rappelons que la méthode la plus connue pour traiter ce problème est celle qui basée sur la résolution de l'équation de l'indice, dont il faut déterminer dans un premier temps une base entière de $K$ qui est une tâche difficile, puis construire l'équation de l'indice et puis de le résoudre pour décider sur la monogénéité de $K$. Cette méthode est très difficile lorsque le degré de $K$ est grande. Pour surmonter cette difficulté, nous avons utilisé une nouvelle méthode basée sur la factorisation des nombres premiers en produit de puissances des idéaux premiers dans l'anneau des entiers de ces corps par les polygones de Newton. Nous avons montré à travers de nos travaux que cette méthode est un utile efficace pour traiter le problème de monogénéité des corps de nombres.

**Mots clés :**

Corps de nombres - Base entière de puissances - Monogénéité - Théorème d'Ore - Factorisation en produit de puissances d'idéaux premiers - Polygone de Newton - Indice.

# On power integral bases in number fields

**Abstract:**

The main aim of this thesis is to study the monogenity of number fields. More precisely, we study the problem of monogenity in certain classes of pure number fields $\mathbb{Q}(\sqrt[n]{m})$ with large degrees, namely $n = 3^r,\ p^r,\ 2^r.5^k,\ 3^r.5^k,$ where $r$ and $k$ are two positive rational integers, $m$ is a square-free rational integer, and $p$ is a prime rational integer. We gave necessary and sufficient conditions for $\mathbb{Z}[\sqrt[n]{m}]$ to be integrally closed. We also show the existence of infinite families of these numbers fields that are not monogenic. As well as, we construct classes of non-monogenic irreducible polynomials of types $x^n - m$ such that their roots generate monogenic pure number fields. Also, we study the monogenity of certain number fields defined by trinomials of type $x^n + ax + b$. As particular cases, we treated the cases $n = 5,\ 6,\ 2^r.3^k,\ 2^r.3^k + 1$. Our method is based on prime ideal factorization via Newton polygons techniques.

**Keywords :**

Number field - Power integral basis - Monogenity - Theorem of Ore - Prime ideal factorization - Newton polygon - Index.