



AVIS DE SOUTENANCE DE THESE

Le Doyen de la Faculté des Sciences Dhar El Mahraz –Fès – annonce que

Mr **ECH-CHAKOURI Ali**
Soutiendra : **le Mardi 22/07/2025 à 10H00**
Lieu : **FSDM – Département de Géologie**

Une thèse intitulée :

« **Dynamical Behaviours of Linear Relations** »

En vue d'obtenir le **Doctorat**

FD : **Mathématiques et Applications**
Spécialité : **Analyse Fonctionnelle et théorie spectrale**

Devant le jury composé comme suit :

Nom et prénom	Etablissement	Grade	Qualité
ECH-CHERIF EL KETTANI Mustapha	Faculté des Sciences Dhar EL Mahraz, Fès	PES	Président
BENDAOUH Mohamed	École Nationale Supérieure D'arts Et Métiers, Meknès	PES	Rapporteur
BENBOUZIANE Hassane	Faculté des Sciences Dhar EL Mahraz, Fès	MCH	Rapporteur
JAATIT Ali	Faculté Pluridisciplinaire, Nador	PES	Rapporteur
BOUA Hamid	Ecole Normale Supérieure, Fès	MCH	Examineur
EL AMRANI Abdelkhalek	Faculté des Sciences Dhar EL Mahraz, Fès	MCH	Examineur
ZGUITTI Hassane	Faculté des Sciences Dhar EL Mahraz, Fès	PES	Directeur de thèse



Résumé :

L'objectif principal de cette thèse est d'étudier la dynamique des relations linéaires sur un espace de Hilbert (ou de Banach) séparable et de dimension infinie.

Soit X un espace de Hilbert (ou de Banach) séparable et de dimension infinie sur le corps $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ or \mathbb{C} . Rappelons qu'une relation linéaire $T : X \rightarrow X$ est une application définie sur le sous-espace

$$\mathcal{D}(T) := \{x \in X : Tx \text{ est une partie non vide de } X\}$$

de X , appelé le domaine de T , à valeurs dans $2^X \setminus \emptyset$ l'ensemble des parties non vides de X telle que

$$T(x + y) = T(x) + T(y) \text{ and } T(\lambda x) = \lambda Tx,$$

pour tous $x, y \in \mathcal{D}(T)$ et tout scalaire non nul λ .

L'orbit d'une relation lineaire fermée et continue T en $x \in X$ est defini par

$$\text{Orb}(T, x) := \bigcup_{n \in \mathbb{N}_0} T^n x = \{x\} \cup Tx \cup T^2x \cup \dots \cup T^n x \dots$$

En utilisant le concept d'orbite, nous introduisons diverses concepts de la dynamique des relations linéaires : la Cesàro hypercyclicité, la disque-cyclicité, la codisque-cyclicité, la supercyclicité et la recurrence. Nous étudions en détail ces notions en présentant diverses propriétés, caractérisations, critères et exemples de ces dernières.

Mots-clés : Relation linéaire, orbite, cyclique, hypercyclique, Cesàro-hypercyclique, disque-cyclique, codisque-cyclique, mélange, topologiquement transitive, vecteur récurrent et opérateur récurrent.



Dynamical Behaviours of Linear Relations

Abstract:

The main aim of this thesis is to investigate the dynamics of linear relations on an infinite-dimensional separable Hilbert (or Banach) space.

Let X be an infinite-dimensional separable Hilbert (or Banach) space over the field $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ or \mathbb{C} . Recall that a *linear relation* $T : X \rightarrow X$ is the mapping from a subspace

$$\mathcal{D}(T) := \{x \in X : Tx \text{ is a non-empty subset of } X\}$$

of X , called the domain of T , into $2^X \setminus \emptyset$ the set of all non-empty subsets of X such that

$$T(x + y) = T(x) + T(y) \text{ and } T(\lambda x) = \lambda Tx,$$

for all $x, y \in \mathcal{D}(T)$ and all non-zero scalar λ .

The orbit of a closed and bounded linear relation T at $x \in X$ is defined by

$$\text{Orb}(T, x) := \bigcup_{n \in \mathbb{N}_0} T^n x = \{x\} \cup Tx \cup T^2x \cup \dots \cup T^n x \dots$$

Utilizing the orbit of a linear relation, we introduce various notions of the dynamics of linear relations: the Cesàro hypercyclicity, the disk-cyclicity, the codisk-cyclicity, the supercyclicity and the recurrence. We investigate these notions in detail by presenting various properties, characterizations, criteria and examples.

Keywords: Linear relation, orbit, cyclic, hypercyclic, Cesàro hypercyclic, disk-cyclic, codisk-cyclic, supercyclic, mixing, topologically transitive, recurrent vector and recurrent.