



## AVIS DE SOUTENANCE DE THESE

*Le Doyen de la Faculté des Sciences Dhar El Mahraz –Fès – annonce que*

**Mr IDRISSI Mustapha**

**Soutiendra : le Samedi 27/09/2025 à 10H00**

**Lieu : Centre des Etudes Doctorales - USMBA – Amphi 2**

*Une thèse intitulée :*

**« Nonlinear Elliptic and Parabolic Problems with Logarithmic and  
Singular Nonlinearities »**

*En vue d'obtenir le Doctorat*

**FD : Sciences et Techniques**

**Spécialité : Mathématiques**

*Devant le jury composé comme suit :*

Nom et prénom	Etablissement	Grade	Qualité
LALAOUI RHALI Soumia	Faculté Polydisciplinaire, Taza	PES	Président
EL HADFI Youssef	École Nationale des Sciences Appliquées, Khouribga	MCH	Rapporteur
BOUAJAJA abdelkader	Faculté d'Economie et de Gestion, Settat	MCH	Rapporteur
ABERQI Ahmed	École Nationale des Sciences Appliquées, Fès	MCH	Rapporteur
EL AZZOUZI Abdelhai	Faculté Polydisciplinaire, Taza	PES	Examineur
HAMMOUMI Mohamed	Faculté Polydisciplinaire, Taza	MCH	Examineur
YAZOUGH Chihab	Faculté Polydisciplinaire, Taza	MCH	Directeur de thèse



## Résumé :

*Cette thèse porte sur l'étude de divers problèmes non linéaires impliquant des opérateurs locaux et non locaux, avec des non-linéarités singulières et logarithmiques. Nous commençons par établir l'existence d'une solution faible pour un problème unilatéral à obstacle, formulé sous forme d'inégalités hémivariationnelles non locales gouvernées par un opérateur de Laplace fractionnaire d'ordre variable, en utilisant le théorème de surjectivité des applications pseudomonotones et l'approximation de Moreau–Yosida. Nous étudions ensuite un problème elliptique combinant les opérateurs  $p$ -Laplacien local et fractionnaire, avec des non-linéarités critiques, logarithmiques et singulières. L'existence de deux solutions faibles positives est démontrée à l'aide de la théorie des points critiques. La thèse traite également de l'existence globale, de la décroissance exponentielle et de l'explosion en temps fini des solutions faibles de systèmes paraboliques régis par le  $p$ -Laplacien fractionnaire avec non-linéarité logarithmique, en appliquant la méthode de Galerkin et des estimations d'énergie. Nous analysons aussi des problèmes aux limites pour des équations paraboliques non locales et des équations de type Kirchhoff avec potentiels singuliers et non-linéarités logarithmiques, en prouvant l'existence de solutions faibles globales par la méthode du puits de potentiel et la méthode de l'énergie, tout en identifiant des conditions menant à une explosion en temps fini. Dans l'ensemble, ce travail contribue à la théorie des EDP non linéaires impliquant des opérateurs non locaux et des non-linéarités complexes, en apportant des résultats à la fois d'existence et de nature qualitative.*

**Mots clés :** *Problèmes non linéaires, Opérateurs locaux et non locaux, Non-linéarités singulières, Non-linéarités logarithmiques,  $p$ -Laplacien fractionnaire, Inégalités hémivariationnelles, Théorie des points critiques, Méthode du puits de potentiel, Explosion en temps fini.*



## Nonlinear Elliptic and Parabolic Problems with Logarithmic and Singular Nonlinearities

### Abstract :

*This thesis investigates various nonlinear problems involving local and nonlocal operators with singular and logarithmic nonlinearities. We begin by establishing the existence of a weak solution to a unilateral obstacle problem for a class of nonlocal hemivariational inequalities governed by a variable-order fractional Laplace operator, employing the surjectivity of pseudomonotone mappings and the Moreau–Yosida approximation. We then study a combined local-nonlocal elliptic problem driven by the  $p$ -Laplace and fractional  $p$ -Laplace operators with critical, logarithmic, and singular nonlinearities. Existence of two positive weak solutions is demonstrated using critical point theory. The thesis further addresses the global existence, exponential decay, and finite-time blow-up of weak solutions to parabolic systems characterized by fractional  $p$ -Laplacians and logarithmic nonlinearities, using the Galerkin method and energy estimates. We also analyze initial-boundary value problems for nonlocal parabolic equations and Kirchhoff-type equations with singular potentials and logarithmic nonlinearities, proving the existence of global weak solutions via the potential well and energy methods, and identifying conditions for finite-time blow-up. Overall, the work contributes to the theory of nonlinear PDEs involving nonlocal operators and complex nonlinearities, with both existence and qualitative results.*

### Key Words :

Nonlinear problems, Local and nonlocal operators, Singular nonlinearities, Logarithmic nonlinearities, Fractional  $p$ -Laplacian, Hemivariational inequalities, Critical point theory, Potential well method, Finite-time blow-up.