AVIS DE SOUTENANCE DE THESE

Le Doyen de la Faculté des Sciences Dhar El Mahraz –Fès – annonce que

Mr **: SNANOU Noureddine**

Soutiendra **: le 28/12/2021** à **10h**

Lieu : **Centre Polyvalent des Etudes doctorales (Amphi 2)**

Une thèse intitulée :

Représentation modulaire des groupes finis et problème d'extension

En vue d'obtenir le Doctorat

FD : Mathématiques et Applications (MA)
Spécialité: Algèbre

Devant le jury composé comme suit :

	NOM ET PRENOM	GRADE	ETABLISSEMENT
Président	Pr EL FADIL Lhoussain	PES	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz - Fès
Directrice de thèse	Pr MOUANIS Hakima	PES	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz - Fès
Rapporteurs	Pr FAHLAOUI Said	PES	Faculté des Sciences - Meknès
	Pr KABBAJ Samir	PES	Faculté des Sciences - Kénitra
	Pr OUKHTITE Lahcen	PES	Faculté des Sciences et Techniques - Fès
Membre	Pr. MEKKOUR Mounir	PH	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz - Fès
Invités	Pr CHARKANI EL HASSANI Mohamed	PES	Faculté des Sciences Dhar ElMahraz - Fès
	Pr CHOULLI Hanan	PA	Faculté des Sciences Dhar ElMahraz – Fès

Résumé :

La théorie de la représentation modulaire fait partie de la théorie de la représentation qui étudie les représentations linéaires de groupes finis sur un corps k de caractéristique un nombre premier p. Soit G un groupe fini, les représentations modulaires de G sur k peuvent être interprétées comme des modules sur l'algèbre de groupe k[G]. Dans ce travail, nous étudions quelques représentations modulaires en utilisant la théorie des extensions abéliennes. Plus précisément, nous déterminons des conditions nécessaires et suffisantes pour que deux extensions abéliennes soient isomorphes. Dans cette direction, nous montrons la relation entre l'isomorphisme de k[G]-modules et l'isomorphisme des extensions abéliennes scindées. En tant qu'application, nous calculons le nombre de $\Gamma\Lambda_\mu(\mathrm{F}_\pi)$-orbites dans l'ensemble des classes d'isomorphisme de $\mathrm{F}_\pi[E_p^m]$-module de rang n. De plus, nous présentons une autre application du problème d'isomorphisme pour les extensions abéliennes scindées qui a conduit à l'étude des p-groupes finis de classe maximale et d'exposant p.

Soit A un k[G]-module trivial tel que la caractéristique de k divise l'ordre de G. En général, une extension abélienne centrale de A par G est souvent non scindée. En fait, la solution de Schreier ne permet pas de calculer le nombre d'extensions non isomorphes de A par G, mais elle donne une borne supérieure. Dans cette direction, nous déterminons des conditions nécessaires et suffisantes pour que deux extensions abéliennes centrale non scindées soient isomorphes. Ces critères peuvent stimuler l'intérêt pour développer le théorème de correspondance de Schreier.

Mots clés : Représentation modulaire, caractère, algèbre d'un groupe, extension centrale, extension scindée, extension non scindée, produit semi-direct, produit direct perturbé, classes d’isomorphisme, problème d’isomorphisme, p-groupes de classe maximale, classe de nilpotence, CGZ-groupe, groupe abélien élémentaire, groupe général linéaire, groupe unitriangulaire, classes de conjugaison.

MODULAR REPRESENTATION OF FINITE GROUPS AND EXTENSION PROBLEM

Abstract :

Modular representation theory is a part of representation theory that studies linear representations of finite groups over a field k of characteristic a prime number p. Let G be a finite group, the modular representations of G over k can be interpreted as modules over the group algebra k[G]. In this work, we study some modular representations by using some new results on the isomorphism problem for abelian extensions. That is a problem of classifying and characterizing when two abelian extensions are isomorphic. More precisely, we find necessary and sufficient conditions for two split abelian extensions to be isomorphic and then we determine how isomorphism of k[G]-modules and isomorphism of split abelian extensions are related. As an application, for two positive integers n and m, we compute the number of $\Gamma\Lambda_\mu(\mathsf{F}_\pi)$-orbits in the set of isomorphism classes of all $\mathsf{F}_\pi[E_P{}^m]$-modules of rank n. At the end, we present another application of the isomorphism problem for split abelian extensions which led to the study of some special class of finite p-groups of maximal class and exponent p.

Let A be a trivial k[G]-module such that the characteristic of k divides the order of G. In most cases, an abelian central extension of A by G is non-split. In fact, Schreier's solution does not allow us to compute the number of nonisomorphic extensions of A by G, thought it gives an upper bound. In this direction, we find necessary and sufficient conditions for two non-split abelian central extensions to be isomorphic. These criteria may stimulate further interest in developing Schreier's correspondence theorem.

Key Words : Modular representation, character, group algebra, central extension, split extension, non-split extension, semidirect product, perturbed direct product, isomorphism classes, isomorphism problem, p-groups of maximal class, nilpotency class, CGZ-group, elementary abelian p-subgroup, general linear group, unitriangular matrix group, conjugacy classes.