AVIS DE SOUTENANCE DE THESE

Le Doyen de la Faculté des Sciences Dhar El Mahraz –Fès – annonce que

Mr **: BENSLIMANE Omar**
Soutiendra **: le 15/01/2022** à **09h**
Lieu **: Centre de visioconférence**

Une thèse intitulée :

Existence de solutions pour des problèmes elliptiques dans les espaces à exposant variable

En vue d'obtenir le Doctorat

FD : Mathématiques et Applications (MA)
Spécialité: Equations aux dérivées partielles

Devant le jury composé comme suit :

	NOM ET PRENOM	GRADE	ETABLISSEMENT
Président	Pr AZROUL Elhoussine	PES	Faculté des Sciences Dhar ElMahraz - Fès
Directeur de thèse	Pr BENNOUNA Jaouad	PES	Faculté des Sciences Dhar ElMahraz - Fès
Co-directeur de thèse	Pr ABERQI Ahmed	PH	Ecole Nationale des Sciences Appliquées - Fès
Rapporteurs	Pr RAGUSA Alessandra Maria	PES	Universita di Catania - Italy
	Pr EL MAHI Abdelhak	PES	C.P.R- Rabat
	Pr AKDIM Youssef	PES	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz - Fès
Membres	Pr MEKKOUR Mounir	PH	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz - Fès
	Pr AZZOUZI Adnane	PH	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz - Fès

Résumé :

Au cours de la dernière décennie, une importante littérature traite de différents aspects des EDP dont la partie principale de l'opérateur a une croissance de type puissance, l'exemple principal étant le p-Laplacien. Il existe un large éventail de directions dans lesquelles le cas de la croissance polynomiale a été développé, notamment les approches à exposant variable, convexe, pondérée et à double phase. L'objectif de cette thèse est d'appliquer ces approches à plusieurs espaces. Dans le premier chapitre, nous rappelons les Définitions, propositions, Lemmes et Théorèmes pertinents et nécessaires (et nous prouvons certains de ces Théorèmes) que nous utiliserons dans notre analyse. Dans le deuxième chapitre, nous nous intéressons à la solvabilité des résultats d'existence et d'unicité d'une classe d'équations elliptiques anisotropes avec le second terme, qui est un terme d'ordre inférieur et de croissance non polynomiale ; décrit par un N-uplet de N-fonctions satisfaisant la condition $\Delta 2$ dans le cadre d'espaces de Sobolev-Orlicz anisotropes avec un domaine général. Ensuite, dans le troisième chapitre, nous nous concentrons dans l'étude de l'existence et de l'unicité d'une classe de problèmes elliptiques unilatéraux non linéaires (P) dans un domaine général, gérés par un terme d'ordre bas et une croissance non polynomiale décrite par un N-uplet de N-fonction satisfaisant la condition $\Delta 2$. De plus, le terme source est simplement intégrable. Dans le quatrième chapitre, nous étendons le résultat du deuxième chapitre du cas où les exposants p et q sont constants, au cas où $p(\cdot)$ et $q(\cdot)$ sont des fonctions, et nous discutons la solvabilité des systèmes elliptiques fortement non linéaires dans le cadre des espaces de Sobolev avec exposant variable anisotrope et sous des hypothèses très générales sur les données, nous prouvons l'existence d'un couple de solutions entropiques pour une source L1 et sans supposer aucune condition sur le comportement des solutions lors que x tend vers l'infini. Parmi le large champ dans lequel le cas de la croissance polynomiale a été développé, nous avons introduit dans le cinquième chapitre une nouvelle classe de problèmes d'approximation correspondant à une équation d'obstacle quasi-linéaire, qui implique un opérateur elliptique général à exposants variables sous forme de divergence, appelé opérateur d'obstacle à double phase à exposants variables, et sur la base du théorème du Mountain Pass, des outils de l'analyse non lisse, et de certaines hypothèses appropriées, nous prouvons l'existence de solutions faibles. L'étude de ce type de problèmes est à la fois importante et pertinente. D'une part, nous avons la motivation physique, puisque l'opérateur à double phase a été utilisé pour modéliser les solutions en régime permanent des problèmes de réaction-diffusion, qui se présentent en biophysique, en physique des plasmas et dans l'étude des réactions chimiques. D'autre part, ces opérateurs fournissent un paradigme utile pour décrire le comportement des matériaux fortement anisotropes, dont les propriétés de durcissement sont liées à l'exposant régissant la croissance du gradient changent radicalement avec le point, où le coefficient $\mu(\cdot)$ détermine la géométrie d'un composite constitué de deux matériaux différents. Dans le dernier chapitre, nous passons à un autre espace qui connaît actuellement un grand développement ; les variétés riemanniennes de Sobolev-Orlicz à exposant variable. Nous prouvons l'inégalité de Hölder, les résultats d'encastrement continu et compact. De plus, nous étudions l'existence de solutions non négatives non triviales pour une classe de problèmes à double phase où le terme source est une fonction de Carathéodory qui satisfait la condition de type Ambrosetti-Rabinowitz comme application.

Mots clés : Équation elliptique anisotropique, Problème d'obstacle, Solution entropique, Espaces de Sobolev-Orlicz anisotropes, Espaces de Sobolev-Orlicz anisotropes à exposant variable, Domaine général, Opérateur à double phase, Problèmes variationnels, Espaces d'Orlicz-Sobolev à exposant variable, Collecteur Riemannien de Sobolev-Orlicz, Collecteur de Nehari, Existence et unicité.

EXISTENCE OF SOLUTIONS TO ELLIPTIC PROBLEMS IN VARIABLE EXPONENT SAPCES

Abstract:

Over the last decade, a large literature describes various aspects of PDEs whose main part of the operator has power-type growth with the leading example of the p-Laplacian. There is a wide range of directions in which the polynomial growth case has been developed, including variable exponent, convex, weighted and double phase approaches. The purpose of this thesis is to apply those approaches to a several spaces. In the first chapter, we recall the relevant and the necessary Definitions, propositions, Lemmas and Theorems (and we prove some of these Theorems) that we will use in our analysis. In the second chapter, we are interested to the solvability of the existence and uniqueness results of a class of anisotropic elliptic equations with the second term, which is a low-order term and non-polynomial growth ; described by an N-uplet of N-function satisfying the $\Delta 2$-condition in the framework of anisotropic Sobolev-Orlicz spaces with a general domain. Next, in the third chapter, we are focused in the study of the existence and uniqueness of a class of nonlinear unilateral elliptic problem(P)in a general domain, managed by a low-order term and non-polynomial growth described by an N-uplet of N-function satisfying the $\Delta 2$-condition. As well as, the source term is merely integrable. In the fourth chapter, we extend the result of the second chapter from the case when exponents p and q are constant, to the case when $p(\cdot)$ and $q(\cdot)$ are functions, and we discuss the solvability of strongly nonlinear elliptic systems in the framework of Sobolev spaces with anisotropic variable exponent and under very general assumptions on the data, we prove the existence of a couple of entropy solutions for a source L1 and without assuming any condition on the behavior of the solutions when x tends towards infinity. Among the wide scope in which the case of polynomial growth has been developed, we have introduced in the fifth chapter a new class of the approximating problems corresponding to a quasilinear obstacle equations, which involves a general variable exponents elliptic operator in divergence form, called double phase obstacle operator with variable exponents, and based on the mountain pass theorem, tools from non-smooth analysis, and some suitable assumptions, we prove the existence of weak solutions. The study of this type of problems is both significant and relevant. In the one hand, we have the physical motivation ; since the double phase operator has been used to model the steady-state solutions of reaction-diffusion problems, that arise in bio-physic, plasma-physic and in the study of chemical reactions. In the other hand, these operators provide a useful paradigm for describing the behaviour of strongly anisotropic materials, whose hardening properties are linked to the exponent governing the growth of the gradient change radically with the point, where the coefficient $\mu(\cdot)$ determines the geometry of a composite made of two different materials. In the last chapter, we pass to another space which is currently undergoing a great development ; the Riemannian Sobolev-Orlicz manifolds with variable exponents. We prove the Hölder inequality, the continuous and compact embedding results. Furthermore, we study the existence of non-negative non-trivial solutions for a class of double-phase problems where the source term is a Caratheodory function that satisfies the Ambrosetti-Rabinowitz type condition as an application.

Key Words : Anisotropic elliptic equation, Obstacle problem, Entropy solution, Sobolev–Orlicz anisotropic spaces, Sobolev–Orlicz anisotropic spaces with variable exponents, General domain, Double phase operator, Variational problems, Variable exponent Orlicz-Sobolev spaces, Sobolev-Orlicz Riemannian manifold, Nehari manifold, Existence and uniqueness.