AVIS DE SOUTENANCE DE THESE

Le Doyen de la Faculté des Sciences Dhar El Mahraz –Fès – annonce que

Mr **EL FAKKOUSY Idriss**

Soutiendra : **le Jeudi 16/03/2023** à **15H00**
*Lieu : **FSDM – Centre Visioconférence***

Une thèse intitulée :
On the classical and quantum integrability of certain problems in Hamiltonian dynamics

*En vue d'obtenir le **Doctorat***
*FD : **Sciences des Matériaux et Procédés Industriels***
*Spécialité : **Sciences des matériaux pour l'énergie et l'environnement***

Devant le jury composé comme suit :

Nom et prénom	Etablissement	Grade	Qualité
Pr BENZAKOUR Najib	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz, Fès	PES	Président
Pr ALAOUI Aziz	Université de Le Havre Normandie, France	PU	Rapporteur & Examinateur
Pr HAMMOUCH Zakia	Ecole Normale Supérieure, Meknès	PES	Rapporteur & Examinateur
Pr MASROUR Rachid	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz, Fès	PES	Rapporteur & Examinateur
Pr OUAZZANI JAMIL Mohammed	Université Privée de Fès	PES	Examinateur-Invité
Pr HOURMATALLAH Ahmed	Ecole Normale Supérieure, Fès	PES	Examinateur
Pr REZZOUK Abdellah	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz, Fès	PES	Co-directeur de thèse
Pr KHARBACH Jaouad	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz, Fès	PH	Directeur de thèse

Résumé :

La question de l'intégrabilité dans les systèmes dynamiques reste une difficulté de recherche qui ne cesse de faire couler de l'encre jusqu'à aujourd'hui. L'intégrabilité est clairement un enjeu central pour comprendre les origines et les implications du comportement des systèmes dynamiques. Les systèmes intégrables physiquement intéressants sont rarissimes, la plupart des équations différentielles non linéaires admettent un comportement chaotique et aucune solution explicite ne peut être existée, et par conséquent, cela suscite une excitation considérable lorsqu'on découvre un système intégrable. En outre, jusqu'à présent, aucune procédure systématique n'a été établie pour l'identification des systèmes intégrables. Dans ce contexte, la majorité des travaux de recherche ne se sont intéressés qu'à l'intégrabilité bidimensionnelle, mais très peu d'entre eux, qui ont évoqué l'intégrabilité et le chaos des systèmes Hamiltoniens en trois dimensions.

Ce travail de thèse s'articule autour de l'étude de la problématique de l'intégrabilité des systèmes dynamiques, plus précisément, l'intégrabilité classique et quantique des systèmes Hamiltoniens à trois dimensions (3D). Notre étude sur l'intégrabilité classique à 3D des systèmes Hamiltoniens a bifurqué vers deux approches: La première concerne l'intégrabilité des systèmes Hamiltoniens à 3D en s'appuyant sur leur intégrabilité à 2D. La deuxième approche est basée sur l'étude directe, sans avoir recours à l'intégrabilité classique à 2D, par l'utilisation conjointe de l'analyse de Painlevé et le calcul direct des intégrales premières au sens de Liouville. Par ailleurs, l'étude de l'intégrabilité quantique a été basée sur l'intégrabilité classique.

Dans cette optique, nous avons examiné l'intégrabilité classique du système de Hénon-Heiles à 3D, en se basant sur la première approche. Des simulations numériques ont été réalisées via les sections de Poincaré et les projections à 3D des trajectoires, afin de fournir des prédictions supplémentaires sur la dynamique régulière et chaotique du système, et donc de corroborer les résultats analytiques en particulier le scénario de la transition ordre-chaos en fonction des paramètres de contrôle du système. Ensuite, nous avons scruté l'intégrabilité classique du système d'ion piégé généralisé à 3D, par l'utilisation de la deuxième approche. L'étude quantique de ce système a été basée sur les résultats de l'étude classique. Par le biais du crochet de Moyal, nous avons construit les invariants quantiques. Nous avons pu alors constater que l'intégrabilité quantique n'est pas une conséquence triviale de l'intégrabilité classique. Au cours de cette analyse, nous avons soulevé trois types de comportement de base: l'invariant classique est identique à l'invariant quantique, l'invariant classique doit s'ajouter à une déformation pour obtenir l'invariant quantique et l'invariant classique est insuffisant pour trouver l'invariant quantique. Enfin, nous avons apporté une étude exhaustive sur l'intégrabilité classique d'un système dynamique soumis à trois potentiels couplés à 2D et à 3D, à savoir le potentiel de Hénon-Heiles, l'interaction de l'atome d'hydrogène avec un champ magnétique uniforme et le potentiel de Duffing. Nous avons également mis en œuvre des investigations numériques à fin d'apporter des confirmations supplémentaires et valider les résultats analytiques.

Mots clés : Système Hamiltonien, espace des phases, Hénon-Heiles, ion piégé, intégrabilité classique, intégrabilité quantique, analyse de Painlevé, section de Poincaré, crochet de oisson, rochet de Moyal, transformation canonique, transformation de Weyl, fonction de Wigner.

ON THE CLASSICAL AND QUANTUM INTEGRABILITY OF CERTAIN PROBLEMS IN HAMILTONIAN DYNAMICS

Abstract :

The question of integrability in dynamical systems remains a research difficulty which does not stop to make sink ink until today. Integrability is clearly a central issue in understanding the origins and implications of the behaviour of dynamical systems. Physically interesting integrable systems are very rare, most nonlinear differential equations admit chaotic behaviour and no explicit solutions can be written down, and consequently it stirs up considerable excitement when one is discovered. Moreover, until now, no systematic procedure has been established for identification of integrable systems.

In this context, the majority of research works have focused only on two-dimensional integrability, but very few among them, which have evoked the integrability and the chaos of Hamiltonian systems in three dimensions.

This thesis work is based on the study of the integrability problematic in dynamical systems, more precisely, the classical and quantum integrability of three-dimensional (3D) Hamiltonian systems. Our classical study in 3D has bifurcated to two approaches: The first concerns the integrability of Hamiltonian system in 3D relying on their integrability in 2D.

The second approach is based on direct study, without using the classical integrability in 2D, by making use conjointly of the Painlevé analysis and the direct calculation of the first integrals in the Liouville sense. Moreover, the study of quantum integrability has been founded on classical integrability.

In this context, we have examined the classical integrability of the Hénon-Heiles system in 3D, based on the first approach. Numerical simulations were performed via the Poincaré sections and the 3D projections of the trajectories, in order to supply additional predictions on the regular and chaotic dynamics of the system, and thus to corroborate the analytical results in particular the scenario of the order-chaos transition according to the control parameters of the system. Moreover, we have examined the classical integrability of the generalized trapped ion system in 3D, by using the second approach. The quantum study of this system was focused on the results of the classical study.

We were then able to see that quantum integrability is not a trivial consequence of classical integrability. During this analysis, we raised three types of basic behavior :

the classical invariant is identical to the quantum invariant, the classical invariant must be added to a deformation to obtain the quantum invariant and the classical invariant is insufficient to find the quantum invariant.

Finally, we have provided an exhaustive study on the classical integrability of a dynamical system subjected to three coupled potentials in 2D and 3D , namely the Hénon-Heiles potential, the interaction of the hydrogen atom with a uniform magnetic field and the Duffing potential. We also carried out numerical investigations to provide further confirmation and validation of the analytical results.

Key Words:

Hamiltonian system, phase space, Hénon-Heiles, trapped ion, classical integrability, quantum integrability, Painlevé analysis, Poincaré section, canonical transformation, Poisson bracket, Moyal bracket, Weyl transformation, Wigner function.