



AVIS DE SOUTENANCE DE THESE

Le Doyen de la Faculté des Sciences Dhar El Mahraz –Fès – annonce que

Mr **DOUA Souhail**
Soutiendra : le **Jeudi 28/12/2023 à 10H00**
Lieu : **FSDM – Centre Visioconférence**

Une thèse intitulée :

Some problems of (bi-)harmonicity in Riemannian geometry

En vue d'obtenir le **Doctorat**

FD : **Mathématiques et Applications**
Spécialité : **Géométrie Différentielle**

Devant le jury composé comme suit :

Nom et prénom	Etablissement	Grade	Qualité
Pr ECH-CHERIF EL KETTANI Mustapha	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz, Fès	PES	Président
Pr BOUCETTA Mohamed	Faculté des Sciences et Techniques, Marrakech	PES	Rapporteur & Examineur
Pr LEBZIOUI Hicham	Ecole Supérieure de Technologie, Khénifra	PH	Rapporteur & Examineur
Pr CHOULLI Hanane	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz, Fès	PH	Rapporteur & Examineur
Pr AIT BEN HADDOU Malika	Faculté des Science, Meknès	PES	Examineur
Pr MANSOURI Ouadia	Faculté des Sciences, Kénitra	PH	Examineur
Pr EL AMRANI Abdelkhalek	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz, Fès	PH	Examineur
Pr KADAOUI ABBASSI Mohamed Tahar	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz, Fès	PH	Directeur de thèse



Résumé :

Soit (M, g) une variété Riemannienne compacte. En équipant son fibré tangent TM (resp. son fibré tangent unitaire) d'une métrique pseudo-Riemannienne g -naturelle G (resp. sa restriction sur le fibré unitaire), nous étudions la biharmonicité des champs de vecteurs (resp. des champs de vecteurs unitaires) en tant que fonctions, ainsi que les points critiques de la fonctionnelle de biénergie restreinte à l'ensemble des champs de vecteurs (resp. des champs de vecteurs unitaires) sur M . Contrairement à la métrique de Sasaki sur TM , où les deux notions sont équivalentes à l'harmonicité du champ de vecteurs et ensuite à sa parallélisme, nous prouvons que pour de larges classes de métriques g -naturelles sur TM , les deux notions ne sont pas équivalentes. De plus, nous donnons des exemples de champs de vecteurs qui sont biharmoniques en tant que points critiques de la fonctionnelle de biénergie restreinte à l'ensemble des champs de vecteurs, mais qui ne sont pas des applications biharmoniques. Nous donnons également des exemples de champs de vecteurs biharmoniques propres (resp. de champs de vecteurs unitaires), c'est-à-dire ceux qui sont biharmoniques sans être harmoniques.

Nous étudions également la biharmonicité de deux classes de fonctions sur les espaces totaux de fibrés vectoriels équipées de la classe de métriques à symétrie sphériques, la première est la classe des fonctions relevées verticalement et la deuxième est la classe des fonctions r -radiales. Nous construisons dans chaque cas des exemples de fonctions (proprement) biharmoniques.

Mots clés : Harmonicité, biharmonicité, fibré tangent, fibré unitaire, fonction, champ de vecteurs, métriques g -naturelle, fibré vectoriel.

SOME PROBLEMS OF (BI-)HARMONICITY IN RIEMANNIAN GEOMETRY

Abstract:

Let (M, g) be a compact Riemannian manifold. Equipping its tangent bundle TM (resp. unit tangent bundle) by a pseudo-Riemannian g -natural metric G (resp. its restriction on the unit tangent bundle), we study the biharmonicity of vector fields (resp. unit vector fields) as, as well as critical points of the bienergy functional restricted to the set vector fields (resp. unit tangent bundles) on TM . Contrary to the Sasaki metric on TM , where the two notions are equivalent to the harmonicity of the vector field and then to its parallelism, we prove that for large classes of g -natural metrics on TM the two notions are not equivalent. Furthermore, we give examples of vector fields which are biharmonic as critical points of the bienergy functional restricted to the set of vector fields, but are not biharmonic maps. We provide equally examples of proper biharmonic vector fields (resp. unit vector fields), i.e. those which are biharmonic without being harmonic.

We also study the biharmonicity of two classes of functions on the total spaces of vector bundles equipped with the class of spherically symmetric metrics. The first class consists of vertically lifted functions, and the second class consists of r -radial functions. In each case, we construct examples of (proper) biharmonic functions.

Key Words : Harmonicity, biharmonicity, tangent bundle, unit tangent bundle, vector field, function, g -natural metrics, Vector bundle.