

AVIS DE SOUTENANCE DE THESE

Le Doyen de la Faculté des Sciences Dhar El Mahraz –Fès – annonce que

Mr EL FATRY Mohammed
Soutiendra : le Vendredi 26/12/2025 à 09H00
Lieu : FSDM – Centre Visioconférence

Une thèse intitulée :

L'étude d'une certaine classe d'EDP non linéaires et non coercives, dans un cadre non variationnel

En vue d'obtenir le Doctorat

FD : Mathématiques et Applications
Spécialité : Equations aux Dérivées Partielles

Devant le jury composé comme suit :

Nom et prénom	Etablissement	Grade	Qualité
AZROUL El houssine	Faculté des Sciences Dhar EL Mahraz, Fès	PES	Président
ABERQI Ahmed	Ecole Nationale des Sciences Appliquées, Fès	MCH	Rapporteur
BOUAJAJA Abdelkader	Faculté d'Economie et de Gestion - Settat	PES	Rapporteur
HJIAJ Hassane	Faculté des Sciences de Tétouan	MCH	Rapporteur
AZZOUI Adnane	Faculté des Sciences Dhar EL Mahraz, Fès	MCH	Examinateur
EL MASSOUDI M'hamed	Faculté des Sciences Dhar EL Mahraz, Fès	MCH	Examinateur
MEKKOUR Mounir	Faculté des Sciences Dhar EL Mahraz, Fès	MCH	Directeur de thèse
AKDIM Youssef	Faculté des Sciences Dhar EL Mahraz, Fès	PES	Co-Directeur de thèse

Résumé :

Cette thèse porte sur l'étude de l'existence de solutions renormalisées pour certaines classes d'équations aux dérivées partielles non linéaires, avec des données peu régulières et des comportements singuliers ou dégénérés. Ces modèles apparaissent dans de nombreux domaines scientifiques, notamment en physique, biologie, ingénierie, ou finance.

Elle est structurée en deux parties. La première concerne les équations elliptiques non linéaires.

Au **Chapitre 2** nous prouvons l'existence de solutions renormalisées pour le problème elliptique :

$$-\operatorname{div} a(x, u, Du) = f,$$

où $a(x, u, Du)$ est un opérateur de Leray–Lions avec une structure explosive lorsque u approche une valeur critique m , dans le cadre des espaces de Sobolev à exposant variable, et $f \in L^1(\Omega)$.

Au **Chapitre 3**, nous établissons l'existence de solutions renormalisées pour l'équation elliptique suivante :

$$-\operatorname{div} a(x, u, Du) + H(x, u, Du) = f,$$

où le terme $H(x, u, Du)$ satisfait des conditions de croissance sans hypothèse de signe. L'étude se fait dans les espaces de Sobolev avec poids dégénérés et $f \in L^1(\Omega)$.

La seconde partie est consacrée aux équations paraboliques dans des espaces de Sobolev classiques.

Au **Chapitre 4**, nous traitons un problème de type Stefan:

$$\frac{\partial b(u)}{\partial t} - \operatorname{div} (M(t, x, u)Du) = f,$$

où b est un graphe monotone maximal, $M(t, x, u)$ n'est pas contrôlé par u , et $f \in L^1(Q)$.

Au **Chapitre 5**, nous considérons un problème parabolique d'dégénère :

$$\frac{\partial b(u)}{\partial t} - \operatorname{div} (M(t, x, u)Du) = f,$$

où b est une fonction strictement croissante de class C^1 , et la matrice $M(t, x, u)$ présente un comportement explosif en $u = m$, et $f \in L^1(Q)$.

Mots clés :

Équations aux dérivées partielles non linéaires, solution renormalisée, équations elliptiques dégénérées, équations paraboliques, espaces de Sobolev à exposant variable, espaces de Sobolev avec poids, données L^1 , opérateur de Leray–Lions, blow-up.-

The study of a certain class of nonlinear and non-coercive PDEs in a non-variational framework

Abstract :

This thesis focuses on the existence of renormalized solutions for certain classes of nonlinear partial differential equations with low regularity data and possibly singular or degenerate behaviours. Such models arise in many scientific fields, including physics, biology, engineering, and finance.

The thesis is divided into two parts. The first part deals with nonlinear elliptic equations.

In **Chapter 2**, we prove the existence of renormalized solutions to the elliptic problem:

$$-\operatorname{div} a(x, u, Du) = f,$$

where $a(x, u, Du)$ is a Leray–Lions operator exhibiting a blow-up behaviour as u approaches critical value m , within the framework of variable exponent Sobolev spaces, and $f \in L^1(\Omega)$.

In **Chapter 3**, we establish the existence of renormalized solutions for the following elliptic equation:

$$-\operatorname{div} a(x, u, Du) + H(x, u, Du) = f,$$

$$f \in L^1(\Omega).$$

where the lower-order term $H(x, u, Du)$ satisfies appropriate growth conditions without sign assumptions. The study is carried out in weighted Sobolev spaces with possibly degenerate weights, and $f \in L^1(\Omega)$.

The second part of the thesis focuses on nonlinear parabolic equations in standard Sobolev spaces.

In **Chapter 4**, we investigate a Stefan-type parabolic problem:

$$\frac{\partial b(u)}{\partial t} - \operatorname{div} (M(t, x, u)Du) = f,$$

where b is a maximal monotone graph, $M(t, x, u)$ is not controlled with respect to u , and $f \in L^1(Q)$.

In **Chapter 5**, we study a degenerate parabolic problem:

$$\frac{\partial b(u)}{\partial t} - \operatorname{div} (M(t, x, u)Du) = f,$$

where b is a strictly increasing C^1 function, and the matrix $M(t, x, u)$ may exhibit a blow-up behaviour as $u \rightarrow m^-$. The source term $f \in L^1(Q)$, and the assumptions on the data are minimal.



Key Words :

Nonlinear partial differential equations, renormalized solution, degenerate elliptic equations, parabolic equations, variable exponent Sobolev spaces, weighted Sobolev spaces, L^1 -data, Leray–Lions operator, blow-up.